

AGGIORNAMENTO BAYESIANO DEI PARAMETRI DI MODELLAZIONE STRUTTURALE E DELL’AFFIDABILITÀ SISMICA DI EDIFICI ESISTENTI IN CEMENTO ARMATO

Fatemeh Jalayer ^a, Iunio Iervolino^b, Gaetano Manfredi^c

^a Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II,
fatemeh.jalayer@unina.it

^b Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II,
iunio.iervolino@unina.it

^c Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II,
gaetano.manfredi@unina.it

ABSTRACT

Nell’ambito dei *livelli di conoscenza*, in funzione delle informazioni disponibili per l’edificio, le recenti norme sismiche sembrano sintetizzare tutti gli aspetti legati all’incertezza sulla struttura nei cosiddetti *fattori di confidenza*. L’obiettivo di questo lavoro è di confrontare la valutazione sismica di una struttura secondo l’approccio dei fattori di confidenza, con l’analisi di affidabilità dell’edificio che tiene conto, in modo esplicito, dell’incertezza nei parametri di modellazione strutturale e delle informazioni suppletive fornite da prove e verifiche.

Nel presente studio i risultati delle prove in situ sono utilizzati per determinare il modello strutturale più plausibile e valutare l’affidabilità sismica dell’edificio in esame tenendo conto del maggiore stato di conoscenza acquisito con un metodo di aggiornamento bayesiano. Tale approccio che può essere particolarmente oneroso dal punto di vista computazionale, viene reso più efficiente da un algoritmo di simulazione adattivo di tipo Markov Chain Monte Carlo, in cui i risultati delle prove vengono considerati come informazioni aggiuntive attraverso i livelli successivi di simulazione. L’affidabilità aggiornata della struttura, calcolata utilizzando le realizzazioni della simulazione, viene confrontata col valore del fattore di confidenza relativo all’opportuno livello di conoscenza, come si vedrà ciò consente di stabilire l’efficacia del fattore di confidenza nel fornire una stima tanto più cautelativa della prestazione sismica in quanto più è basso il livello di conoscenza.

La struttura considerata è il telaio centrale di un edificio esistente in cemento armato di quattro piani situato in Avellino, adibito ad uso scolastico e progettato per soli carichi verticali. Lo studio tiene conto di prove distruttive (carotaggi e prove di trazione su barre) e non distruttive (prove ultrasoniche) per determinare la resistenze dei materiali.

PAROLE CHIAVE

Fattori di confidenza, aggiornamento bayesiano, affidabilità, simulazione markov chain monte carlo

1 INTRODUZIONE

La determinazione delle proprietà dei materiali e dei dettagli strutturali negli edifici esistenti può essere caratterizzata da un significativo livello di incertezza. Le normative sismiche italiana ed europea affrontano tali incertezze sintetizzandole nei fattori di confidenza, da

applicare alle proprietà medie dei materiali, es. OPCM 3431 (2005). Al fine di quantificare tali fattori di confidenza le normative definiscono specifici livelli di conoscenza della struttura, per ciascuno dei quali si richiedono specifiche campagne di test ed ispezioni. L'obiettivo del presente lavoro è dunque quello di considerare le incertezze strutturali nell'ambito di un approccio bayesiano, utilizzando i risultati di test ed ispezioni per aggiornare sia le distribuzioni di probabilità delle proprietà dei materiali sia l'affidabilità strutturale. In particolare, l'algoritmo presentato si basa su di una serie di modelli strutturali possibili, a ciascuno dei quali viene associata una particolare plausibilità; tali modelli strutturali sono quindi aggiornati all'interno di un approccio bayesiano attraverso un aggiornamento della plausibilità ad essi associata, a partire dai dati provenienti dalle ispezioni e dai test condotti (Beck and Katafigiotis, 1998). Tale algoritmo consente quindi di pervenire ad una valutazione dell'affidabilità strutturale che può essere definita *robusta*. I risultati di queste analisi sono quindi confrontati con quelli provenienti dall'applicazione dei fattori di confidenza come attualmente suggerito dalle succitate normative, il che consente di valutare quantitativamente l'effetto di tali fattori sulla valutazione sismica della struttura secondo norma.

2 METODOLOGIA

Nel presente paragrafo si descrive in dettaglio l'approccio bayesiano seguito per l'aggiornamento del modello strutturale e della conseguente affidabilità.

2.1 Valutazione dell'affidabilità robusta

Sia il vettore $\underline{\theta}$ costituito dai parametri affetti da incertezza e si supponga che $\underline{\theta}_o$ rappresenti quei parametri del modello strutturale che sono osservabili attraverso prove *in situ*.

Sia D un insieme di prove e si consideri M come un set di possibili ipotesi di modellazione, caratterizzate sia da aspetti strutturali sia probabilistici. La plausibilità di un modello strutturale è quantificata attraverso una distribuzione di probabilità per il vettore dei parametri di modellazione $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]$ che identifica univocamente un modello strutturale all'interno delle possibili configurazioni. La distribuzione di probabilità aggiornata viene condotta utilizzando il teorema di Bayes (Beck and Au 2002):

$$p_D(\theta) = p(\theta | D, M) = \frac{p(D | \theta, M)}{p(D | M)} p(\theta | M) = \frac{p(D | \theta_o, M)}{p(D | M)} p(\theta | M) \quad \text{Eq. 1}$$

dove $P(\theta | M)$ rappresenta la distribuzione di probabilità a priori per il vettore θ individuato da M , $P(D | M)$ rappresenta la distribuzione di probabilità dei dati D individuati da M e $P(D | \theta, M)$ rappresenta la distribuzione di probabilità dei dati osservati D , dato il vettore di parametri θ individuato da M . Si assume inoltre che $P(D | \theta, M)$ sia indipendente dai parametri θ_u per i quali non sono disponibili misurazioni, cioè $P(D | \theta, M) = P(D | \theta_o, M)$, dove θ_o rappresenta un set di parametri del modello che possono essere misurati o comunque valutati. A questo punto, le previsioni di risposta a seguito dell'aggiornamento possono essere condotte utilizzando i dati D attraverso $P_D(\theta)$, fornito dall'equazione 1. Ad esempio, se la probabilità di un evento di *failure* basato sui parametri θ è rappresentata da $P(F | D, M)$, la probabilità di *failure* robusta può essere valutata come l'integrale (inteso definito su tutto il dominio di θ):

$$P(F | D, M) = \int P(F | \theta, M) p(\theta | D, M) d\theta \quad \text{Eq. 2}$$

dove $P(F | \theta, M)$ rappresenta la probabilità di collasso convenzionale del modello strutturale definito da θ . In particolare, data una specifica rappresentazione di evento sismico, $P(F | \theta, M)$ si riduce ad una funzione indicatrice $I_F(\theta, M)$, pari all'unità in caso del raggiungimento del collasso e nulla altrimenti:

$$P(F | D, M) = \int I_F(\theta, M) \frac{p(D | \theta_o, M)}{p(D | M)} p(\theta | M) d\theta \quad \text{Eq. 3}$$

Nel presente articolo, al fine di valutare l'affidabilità robusta fornita dall'equazione 3, si fa riferimento ad un metodo di simulazione tipo Markov Chain Monte Carlo (Beck and Au, 2002). In particolare, per generare campioni secondo una sequenza Markov chain si fa uso dell'algoritmo Metropolis-Hastings (MH), al fine di stimare l'affidabilità robusta attraverso una media statistica.

2.2 Generazione di campioni secondo la funzione obiettivo PDF $p(\theta_o | D, M)$

L'algoritmo MH è impiegato per generare campioni secondo un'arbitraria funzione PDF, nel caso in cui tale funzione PDF obiettivo sia nota a meno di una costante. A partire dalla formula bayesiana è possibile derivare la funzione PDF come:

$$p(\theta_o | D, M) = \frac{p(D | \theta_o, M) p(\theta_o | M)}{p(D | M)} = c^{-1} p(D | \theta_o, M) p(\theta_o | M) \quad \text{Eq. 5}$$

dove $p(\theta_o | M)$ rappresenta la distribuzione di probabilità a priori dei parametri osservati θ_o e $p(D | \theta_o, M)$, nota come funzione di verosimiglianza, rappresenta la distribuzione di probabilità dei dati specificati dai parametri θ_o . Si introduce quindi una sequenza di PDF obiettivo intermedie, f_i , che varino gradualmente tra la distribuzione a priori $p(\theta_o | M)$ e quella aggiornata obiettivo $p(\theta_o | D, M)$. Le funzioni f_i possono essere modellate come funzioni PDF aggiornate, secondo il teorema di Bayes, attraverso un insieme di dati di numerosità crescente, ovvero $f_i \equiv p(\theta_o | D_i, M)$, dove $D_1 \subset D_2 \subset \dots \subset D_n = D$.

2.3 Collasso strutturale

Si assume che il collasso si verifichi allorché la domanda sismica $D(\underline{\theta})$ supera la capacità strutturale $F = \{\underline{\theta} : D(\underline{\theta}) > C(\underline{\theta})\}$. Assumendo entrambe queste quantità come scalari, il rapporto domanda/capacità può essere definito come $Y(\underline{\theta}) = D(\underline{\theta}) / C(\underline{\theta})$. Inoltre la regione di collasso F può essere definita come il dominio delle variabili incerte per cui esse conducono al collasso e cioè $F = \{\underline{\theta} : Y(\underline{\theta}) = 1\}$, mentre la sequenza di regioni di collasso nidificate può essere generata come $F_i = \{\underline{\theta} : Y(\underline{\theta}) > y_i\}$, dove $0 < y_1 < \dots < y_m = 1$.

Nel presente studio la capacità strutturale è ottenuta da analisi di pushover ed è definita come lo spostamento globale a cui corrisponde l'attingimento della crisi nel primo elemento

(definita convenzionalmente come l'attingimento di una rotazione pari ai $\frac{3}{4}$ di quella ultima). La domanda sismica, invece, è definita come lo spostamento globale corrispondente all'intersezione della curva di capacità dell'equivalente sistema SDOF e del corrispondente spettro di risposta sismico di normativa, valutato per il sito in esame, definito in termini di intensità sismica e di caratteristiche del suolo (tale metodo è noto anche come capacity spectrum method, Fajfar, 1999).

3 MODELLAZIONE DELLE INCERTEZZE

Come già anticipato nel precedente paragrafo, il vettore $\underline{\theta}$ contiene i parametri del problema caratterizzati da incertezza, come l'azione sismica, le proprietà dei materiali e i dettagli strutturali. Il presente lavoro intenzionalmente focalizza l'attenzione sulle incertezze dei parametri di modellazione strutturale, trascurando quelle relative all'azione sismica.

In particolare sono state considerate due distinte sorgenti di incertezza: (1) l'incertezza legata alle proprietà meccaniche dei materiali e (2) quella relativa ai dettagli nella disposizione delle armature, i quali, anche detti *difetti strutturali*, sono capaci di influenzare le capacità dei singoli elementi strutturali in termini di legame momento-rotazione. Per quanto riguarda le incertezze di questo secondo gruppo, sono state considerate quelle relative all'assenza di barre, ai diametri delle stesse, alla qualità dell'ancoraggio e allo spessore del copriferro. Tali incertezze sono modellate attraverso variabili discrete che possono assumere valori all'interno di specifici intervalli, a ciascuno dei quali è associata una certa plausibilità. Tali valori di plausibilità sono determinati a priori in modo qualitativo, sulla base di giudizio esperto. Inoltre, una volta resi disponibili risultati di test e osservazioni sulle quantità in questione, essi possono essere utilizzati per aggiornare la plausibilità, attraverso la metodologia bayesiana già descritta.

4 CASO STUDIO

La metodologia fin qui discussa è stata applicata ad una struttura esistente, al fine di condurre un'analisi su di un caso studio.

4.1 Modello strutturale

E' stato considerato un edificio scolastico esistente, situato nel Comune di Avellino. La struttura si trova in una zona classificata sismicamente come di II categoria, secondo quanto definito nella normativa italiana vigente (OPCM 3519, 2006). Il suolo su cui insiste l'edificio risulta di tipo B.

La struttura risale al 1960 ed è stata progettata per soli carichi gravitazionali, come accade di frequente per strutture stesso costruite in quel periodo. Essa è costituita da tre livelli fuori piano e da un livello semi-interrato. La Figura 1a mostra una vista tridimensionale del modello strutturale dell'intero edificio. Da questo è stato estratto il telaio centrale ed è stato utilizzato come modello strutturale di analisi (Figura 1b). In esso le colonne hanno sezione rettangolare, le cui dimensioni sono le seguenti: primo livello: 40x55 cm², secondo livello: 40x45 cm², terzo livello: 40x40 cm², e quarto livello: 30x40 cm². Le travi invece, anch'esse caratterizzate da sezione rettangolare hanno le seguenti dimensioni: 40x70 cm² al primo e secondo piano e 30x50 cm² per gli ultimi due livelli. Per l'intero edificio sono stati disponibili i grafici strutturali originali, dai quali si è evinto che l'acciaio adoperato per il rinforzo è di tipo Aq40 mentre il calcestruzzo ha una resistenza caratteristica pari a 180 kg/cm² (R.D.L. 2229, 1939). Il modello strutturale dell'edificio è di tipo a *plasticità concentrata*, e cioè si è

assunto che le non linearità si concentrino in cerniere plastiche poste alle estremità degli elementi strutturali.

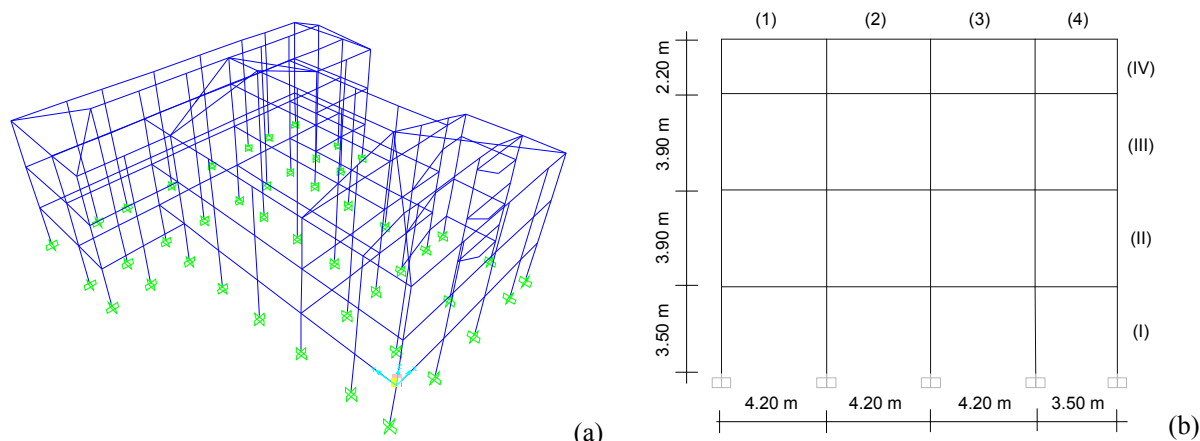


Figura 1: (a) Vista tridimensionale del modello strutturale (b) Telaio centrale adoperato nelle analisi

4.1.1 Caso 1: Assenza di test e osservazioni

Nel primo caso si è valutata l'affidabilità a partire dallo stato di conoscenza della struttura prima di condurre prove o ispezioni. Si assume che le sorgenti di incertezza siano nelle proprietà dei materiali e nei dettagli delle barre d'armatura. In particolare, si è definita una lista di possibili difetti strutturali, per ciascuno dei quali si è proceduto a valutare il peso relativo e la possibile correlazione con gli altri difetti. I pesi, come già accennato in precedenza, sono stati valutati sulla base dell'esperienza; in linea di principio, a partire dal consenso fornito da operatori del settore, sarebbe possibile ed utile costruire un database di possibili difetti strutturali e delle loro relative plausibilità. Infatti, in assenza di risultati più accurati, tali informazioni qualitative servirebbero quale strumento per la costruzione di distribuzioni di probabilità a priori dei parametri relativi ai difetti strutturali. Una sintesi dei dati utilizzati nel caso studio è presentata nella Tabella 1. La Tabella 2, invece, mostra i parametri per la costruzione di distribuzioni di probabilità a priori per la tensione di snervamento dell'acciaio e per la resistenza a compressione del calcestruzzo. Le distribuzioni di probabilità sono quindi costruite utilizzando i risultati di studi statistici condotti sulla variabilità di tali proprietà meccaniche nelle costruzioni esistenti appartenenti allo stesso periodo dell'edificio in esame (Verderame et al., 2001a; Verderame et al., 2001b). La Tabella 2 inoltre presenta il grado e la modalità di correlazione dei parametri all'interno della struttura.

L'affidabilità della struttura è stata valutata attraverso una procedura di simulazione Monte Carlo, utilizzando in particolare 200 simulazioni. La probabilità di *failure* è stata quindi valutata come pari a 0.005 e caratterizzata da un coefficiente di variazione pari a 1.

Tabella 1. Modellazione probabilistica dell'incertezza nei dettagli diarmatura.

Difetto	Possibilità	Prob.	Tipo
Ancoraggio (Trave)	Ben fatto (100% effettiva)	0.900	Sistematico per piano
	Assente (50% effettiva)	0.100	
Disposizione diametro (Pilastri)	ϕ 16	0.950	Sistematico per piano e tipologia
	ϕ 14	0.050	
Sovrapposizione (Pilastri)	100% Area effettiva	0.950	Sistematico per piano
	75% Area effettiva	0.050	
Errori di posizionamento (Pilastri)	Posizionamento più probabile	0.950	Sistematico per piano e tipologia
	Posizionamento meno probabile	0.050	
Mancanza delle armature (Travi)	Manca una barra	0.100	Sistematico per piano e tipologia
	Non manca una barra	0.900	
Copriferro	2 cm	0.125	Sistematico per piano
	3 cm	0.750	
	4 cm	0.125	

Tabella 2. Modellazione probabilistica delle caratteristiche meccaniche dei materiali.

Var	Dist	Media [kg/cm ²]	COV
f_c	LN	165	0.15
f_y	LN	3200	0.08

4.1.2 Caso 2: Utilizzo dei risultati di test per l'aggiornamento della valutazione

In questo caso sono stati utilizzati risultati di prove condotte al fine di stimare le proprietà meccaniche del calcestruzzo, adoperando in particolare dati di test ultrasoniche e di prove meccaniche a rottura condotte su carote estratte da alcuni elementi strutturali. I risultati di tali prove sono stati utilizzati secondo algoritmo MH in due livelli (200 simulazioni per ciascun livello) al fine di aggiornare la distribuzione di probabilità della resistenza del calcestruzzo ai differenti piani della struttura e calcolare l'affidabilità robusta. La Tabella 3 presenta le prove disponibili per la struttura. Sono utilizzati, nella prima fase di aggiornamento i risultati delle prove distruttive (sia per il calcestruzzo che per l'acciaio). I risultati delle prove non-distruttive (ultrasoniche) sono invece implementati nel processo di aggiornamento al secondo livello. Si nota che tali prove vengono associati con un livello di errore maggiore rispetto a quelle distruttive.

Tabella 3. Le prove disponibili per l'edificio in esame.

Prova	# dati	Tipo di prova	Errore
Carote piano semi-interrato	2	distruttiva	0.15
Carote piano terra	2	distruttiva	0.15
Carote primo piano	2	distruttiva	0.15
Ultrasoniche piano semi-interrato	6	non-distruttiva	0.335
Ultrasoniche pianoterra	6	non-distruttiva	0.335
Ultrasoniche primo piano	6	non-distruttiva	0.335
Prova di resistenza di acciaio	1	distruttiva	0.08

4.2 Discussione: Confronto tra i due casi e la valutazione secondo norma

La Figura 2 nei pannelli di sinistra mostra gli istogrammi del rapporto domanda su capacità risultanti dalle simulazioni corrispondenti a tre livelli crescenti di informazioni sulla struttura, mentre a destra sono mostrate le distribuzioni gaussiane adattate per il logaritmo di D/C per gli stessi livelli. Il livello superiore corrisponde alla distribuzione a priori per D/C prima di conoscere i risultati delle prove in situ. Il secondo rappresenta l'aggiornamento della distribuzione una volta noti i risultati dei test sulle carote di calcestruzzo e sulla barra di armatura. L'ultimo livello illustra l'aggiornamento della distribuzione della prestazione strutturale che include anche le informazioni derivate dalle prove ultrasoniche per il calcestruzzo.

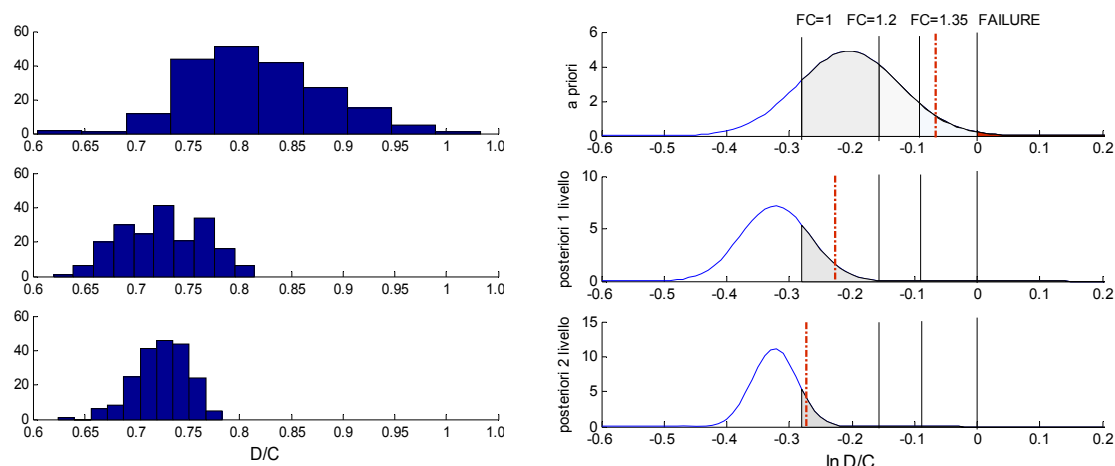


Figura 2: (a) histogram of the demand to capacity ratio across increasing levels of information b) The lognormal distributions fit to data. The demand to capacity ratios corresponding to the three confidence factor values are also marked on the figure.

A tutte e tre le stime della prestazione strutturale determinate attraverso l'utilizzo dei fattori di confidenza suggeriti dal codice (i.e. $FC=1, 1.2, 1.35$) è stato così possibile assegnare una posizione nelle distribuzioni del rapporto D/C corrispondenti ai vari livelli informativi, come si può evincere dalla Figura 2. Si noti come nella stessa figura si riporta anche il valore del rapporto domanda su capacità che corrisponde al collasso della struttura: $\ln Y = \ln 1.0 = 0.0$. Se si definisce come *fattore di confidenza esatto* quello che porta, ad esempio, ad una stima di Y che ha il 5% di probabilità di superamento, è allora possibile valutare la fondatezza dei valori di FC di normativa per il particolare caso in questione. Ad esempio, al livello di conoscenza più scarso il fattore di confidenza esatto è maggiore porta ad una stima del rapporto D/C maggiore, seppur vicina, a quella che si ottiene con $FC=1.35$. Al livello intermedio, che trae vantaggio dalle informazioni fornite delle prove distruttive il valore di riferimento, cioè quello corrispondente ad un rapporto D/C che ha il 5% di probabilità di essere superato, è compreso tra quello relativo ad $FC=1.0$ e $FC=1.20$.

CONCLUSIONI

Lo studio presentato ha inteso valutare e comprendere il livello di confidenza sulla sicurezza strutturale associato alla valutazione degli edifici esistenti eseguita secondo la recente normativa sismica italiana. Le incertezze considerate nell'analisi di affidabilità sono relative

alle proprietà dei materiali e ai dettagli strutturali, messi in relazione a possibili difetti di costruzione. Si è quindi presentata una caratterizzazione a priori delle incertezze considerate con una valutazione semplificata dell'effetto meccanico che esse provocano (questo secondo aspetto riguarda soprattutto i dettagli di armatura), i modelli probabilistici proposti sono stati in seguito aggiornati con le informazioni provenienti dalle prove in situ.

Il metodo utilizzato per stimare la distribuzione a priori del parametro di prestazione strutturale, in questo caso il rapporto tra capacità e domanda, è di tipo simulazione (Monte Carlo) in cui ogni realizzazione corrisponde ad una applicazione del metodo del capacity spectrum e quindi richiede una analisi strutturale statica non lineare. L'aggiornamento bayesiano dell'affidabilità viene effettuata utilizzando un algoritmo di tipo Markov chain Monte Carlo. E' stato così possibile ricavare la distribuzione a priori della prestazione strutturale in due casi: (1) si considera sia la variabilità dei materiali che quella legata ai dettagli strutturali, (2), la valutazione della struttura nel primo caso viene aggiornato attraverso i risultati delle prove e ispezioni. Il processo di aggiornamento viene effettuato nei due livelli, in primo livello le prove distruttive e le loro relativi errori vengono implementati e nel secondo livello quindi vengono considerate le prove non-distruttive e i relativi errori (maggiori rispetto a quelle distruttive).

Conseguentemente è stato possibile valutare la prestazione sismica della struttura secondo la procedura normativa nei tre casi: (a) utilizzando i valori medi delle distribuzioni a priori delle proprietà dei materiali ($FC=1$), (b) utilizzando i valori medi divisi per il fattore di confidenza corrispondente al livello di conoscenza adeguata ($FC=1.20$), (c) utilizzando i valori medi divisi per il fattore di confidenza corrispondente al livello di conoscenza limitata ($FC=1.35$). Per ciascun valore di FC è stato calcolato il rapporto tra domanda e capacità strutturale posizionato nella distribuzione della prestazione strutturale per i tre livelli di informazione per la struttura in esame. Inoltre, il valore del fattore di confidenza cosiddetto esatto è stato caratterizzato come il valore di FC che corrisponde al rapporto domanda capacità con la probabilità di superamento pari a 5%.

5 RINGRAZIAMENTI

Lo studio presentato in questo lavoro è stato sviluppato nell'ambito della Linea 2 del progetto triennale *ReLUIs – Dipartimento della Protezione Civile*.

6 BIBLIOGRAFIA

- Beck, J.L., Katafigiotis, L.S. "Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, no. 4, April 1998.
- Beck J.L., Au S.K., "Bayesian updating of structural models and reliability using Markov chain Monte Carlo simulation", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.128, no. 4, April 2002.
- Au, S.K., Beck, J.L. "Subset simulation and its application to probabilistic seismic performance assessment", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 16, no. 4, 2003.
- Cornell, C.A. "A probability-based structural code", *ACI Journal*, 66(12): 974–985, 1969.
- Fajfar, P. "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 28:979–93, 1999.

Jalayer F., Iervolino I., Manfredi G., “Structural modeling uncertainties and their influence on seismic assessment of existing RC structures”, *submitted to Structural Safety*, 2008.

Jalayer F., Iervolino I., Manfredi G., “Influenza dei parametri di modellazione e dell’incertezza associata nella valutazione sismica di edifici esistenti in cemento armato”, *Proceedings XII Convegno ANIDIS*, Giugno 2007.

Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri (OPCM) n. 3431, Ulteriori modifiche ed integrazioni all'ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 del 20 marzo 2003. *Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana* n. 107 del 10-5-2005 (Suppl. Ordinario n.85), 2005.

Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri (OPCM) n. 3519. Criteri per l’individuazione delle zone sismiche e la formazione e l’aggiornamento degli elenchi delle medesime zone. *Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana* n. 108, 2006.

Regio Decreto Legge (R.D.L.) 2229. *Norme per l’esecuzione delle opere in conglomerato cementizio semplice o armato*, 1939.

Verderame, G.M., Manfredi, G., Frunzio G., “Le proprietà meccaniche dei calcestruzzi impiegati nelle strutture in cemento armato realizzate negli anni '60”, *X Congresso Nazionale “L’ingegneria Sismica in Italia”*, Potenza-Matera 9-13 settembre 2001a.

Verderame, G.M., Stella, A., Cosenza, E., “Le proprietà meccaniche degli acciai impiegati nelle strutture in cemento armato realizzate negli anni '60”, *X Convegno Nazionale “L’Ingegneria Sismica in Italia”*, Potenza e Matera 9-13 Settembre 2001b.